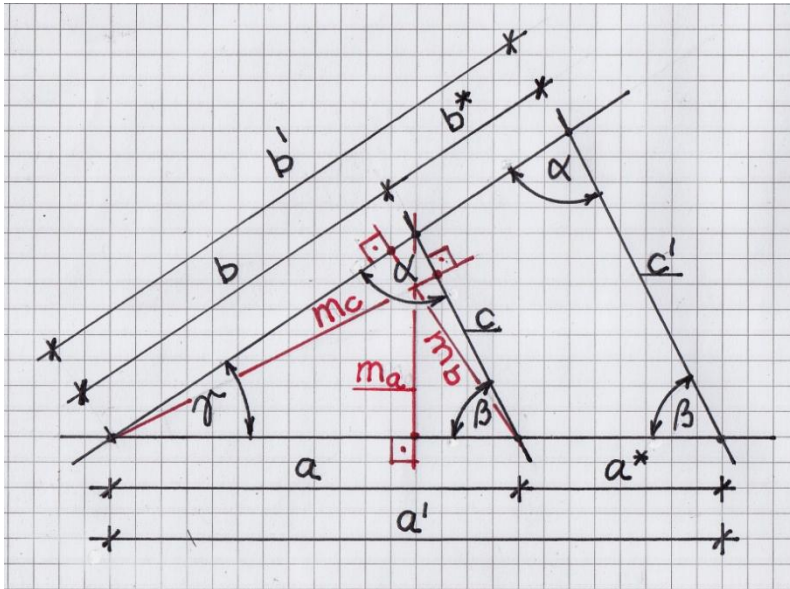


A párhuzamos szelők tételéhez

Középiskolai tanulmányainkban találkoztunk a párhuzamos szelők tételével. Itt mindenféle fejfájást okozó jelölésekkel, kifejezésekkel tömték minket. Elővéve mai tankönyveket, mint pl. [1], megnézve mai web - oldalakat, mint pl. [2], azt látjuk, hogy a helyzet lényegében változatlan. Úgy véljük, orvosolhatjuk a fent jelzett „gondokat”, egy nem - matektanár felfogásában. (A matektanároknak nyilván jó okuk van azt tenni, amit tesznek; az az ő dolguk.)

Alternatív javaslatunk a *szinusztétel*en alapul. Ez gyakran csak később jön elő, így csak annyit kell tenni, hogy a már korábban is vett szinusz szögfüggvényt kellene alkalmazni, illetve a szögfüggvényeket előbb kellene tanítani. Ekkor az alábbiak szerint haladhatunk.

Mondandónk kifejtéséhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Itt azt láthatjuk, hogy a γ szög szárait elmetstettük két párhuzamos egyenessel, amivel előálltak a betűkkel jelzett szakaszok és szögek.

Először: kiszámítjuk az **abc** háromszög magasságait. Ekkor:

$$m_a = b \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \beta \rightarrow \underline{\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}}; \quad (1)$$

$$m_b = a \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \alpha \rightarrow \underline{\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}}; \quad (2)$$

$$m_c = a \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \alpha \rightarrow \underline{\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}}. \quad (3)$$

Az (1), (2), (3) képletek a *szinusztételt* fejezik ki.

Másodszor: alkalmazzuk a szinusztételt az $a'b'c'$ háromszögre. Ekkor (1), (2), (3) - mal:

$$\frac{b'}{c'} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}, \quad (4)$$

$$\frac{a'}{c'} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad (5)$$

$$\frac{a'}{b'} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}. \quad (6)$$

Most tekintetbe véve, hogy ha egyenlőségek jobb oldalai megegyeznek, akkor bal oldaluk is, így (1), (2), (3) és (4), (5), (6) - tal:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}, \quad (7)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}, \quad (8)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}. \quad (9)$$

Majd (7), (8), (9) - ből:

$$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} \rightarrow \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}, \quad (10)$$

$$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} \rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{c'}{c}, \quad (11)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}. \quad (12)$$

Ezután (10), (11) és (12) - ből:

$$\underline{\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \lambda}. \quad (13)$$

Most (13) első két törtjéből 1 - et kivonva – v. ö. [3]! – :

$$\frac{a'}{a} - 1 = \frac{b'}{b} - 1, \text{ ebből:}$$

$$\frac{a'-a}{a} = \frac{b'-b}{b}, \text{ vagyis az 1. ábra jelöléseivel:}$$

$$\frac{a^*}{a} = \frac{b^*}{b}. \quad (14)$$

A (13) és (14) képletek fejezik ki a *párhuzamos szelők tételét* – [3].

Megjegyzések:

M1. Egyfelől: ha a szinusz szögfüggvény tanítását nem akarják előre hozni, vagyis a hagyományos módon kívánnak eljárni – pl. a *középpontos hasonlóság* erőltetésével –, akkor a szinusztételes igazolást, illetve magyarázatot utólag újra elő kellene venni. Ez így is sokat segíthetne geometriai feladatok számításos megoldásában, illetve az erre való felkészülésben. Mondja ezt egy olyan valaki, aki pont így járt, elszenvedve a tankönyvírók és -alkalmazók azóta sem igazán értett / elfogadott „szakmai lojalitását”.

Másfelől: nem vitás, hogy az elvont(abb) gondolkodásra ösztönzés fontos a matematika oktatásában. Azonban az is biztos, hogy ezt nem tanácsos túl korán erőltetni. Annakidején, a „mi időnkben” talán ez még nem volt túl korán, ma – amikor a súlyos módszertani hibák következményei nap mint nap láthatóak – talán ügyesebb megoldás lenne a konkrétabb, azaz kevésbé elvont tantárgyi megközelítés, az alkalmazásközpontúbb tárgyalásmód.

M2. A (13) képletben szereplő λ viszonyszám a *C* középpontú hasonlóság aránya, amely egy állandó szám. [3] úgy fogalmaz, hogy „ez az arány bármely szakasz és képe között ugyanakkora.” A *C* pontot az 1. ábrán nem tüntettük fel; a szokások szerint ez a háromszög *c* oldallal szemközi csúcsa.

Ja, a fentiek szerint is be lehet vezetni a középpontos hasonlóság tárgyalását.

M3. Az M1. megjegyzésben említettük azt a súlyos módszertani hibát, midőn a matematika tanára – a tantervi előírásoknak megfelelni igyekezvén – túl korán erőlteti a nehezebb tananyag - részeket. Erre élő példa a *Pitagorász tételével* kapcsolatos katasztrofális helyzet. E tételt ma már az általános iskolában tanítják, a 8. osztályban. Ez oda vezetett, hogy a szakiskolai tanuló – többszöri nekifutást követően – még 11. osztályos korában sem tudja, és már nem is akarja megérteni, megtanulni Pitagorász tételét. Ez azzal a sajnálatos következménnyel járhat, hogy ez az állapot már így is marad.

A „mi időnkben” e tételt a középiskola I. osztályában tanultuk. Az az egy év is sokat számít. Egy másik durva eset – meglehet, ezt is említettük már korábban – az *inerciarendszerek* kérdése, amely annak idején egyetemi, de legalábbis középiskolai tananyag volt, ma már általános iskolai. Meg kell nézni egy általános iskolai, nyolcadikos Fizika tankönyvet...

A „nem lehet elég korán kezdeni” itt – lássuk be! – hülyeség. Még akkor is, ha olyan jól hangzik, hogy ami régen egyetemi, az ma már középiskolai, ami régen középiskolai, az ma már általános iskolai tananyag. Hiába, ezt úgysem lehet erőltetni, káros következmények nélkül. Utóbbiakat naponta elszenvedti a tanár és a diák is.

Források:

[1] – ***Gerőcs László ~ Vancsó Ödön*** főszerkesztők: Matematika
Akadémiai Kiadó, Budapest, 2010., 188 ~ 189. o.

[2] – http://www.bethlen.hu/matek/mathist/forras/Parhuzamos_szelok_tetele.htm

[3] – ***Reiman István***: Matematika
Typotex Kiadó, Budapest, 2011.

Összeállította: ***Galgóczi Gyula***
mérnöktanár

Sződliget, 2016. 01. 24.